

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Математические основания квантовой механики
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Прикладная математика и информатика Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра методов современной математики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 1

Программу составил: Г.Г. Амосов, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры методов современной математики 10.02.2025

Аннотация

Курс посвящён изложению основ квантовой теории вероятностей, опирающихся на аксиомы Макки. Объектам квантовой механики предан вероятностный смысл в духе Копенгагенской интерпретации. Также вводятся математические понятия, появившийся в квантовой теории вероятностей в последние десятилетия. Вместе с теоретическими положениями курс содержит аппарат для решения практических задач.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Дать студентам основы знаний в области математических оснований квантовой механики.

Задачи дисциплины

Научить студента свободно пользоваться понятиями квантовой теории вероятностей, прояснить вероятностный смысл спектральной теоремы, показать принципиальное отличие квантовой теории вероятностей от классической.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
	УК-2.3 Способен организовать и координировать работу участников проекта, обеспечивать работу команды необходимыми ресурсами
	УК-2.4 Представляет публично результаты проекта (или отдельных его этапов) в форме отчетов, статей, выступлений на научно-практических конференциях, семинарах и т.п.
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области прикладной математики и информатики
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области прикладной математики и информатики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)

математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-4.1 Умеет применять информационно-коммуникационные технологии для поиска и анализа профессиональной информации, выделения в ней главного, структурирования, оформления и представления в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
	ОПК-4.2 Умеет применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен адаптировать зарубежные комплексы обработки информации и автоматизированного проектирования к нуждам отечественных предприятий
ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации модели программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений на научной аргументации при анализе объекта научной профессиональной деятельности
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационно-коммуникационных технологий и информационных систем, задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- вероятностный смысл спектральной теоремы.

уметь:

- работать с дробным преобразованием Фурье.

владеть:

- способами расчетов квантовых корреляций.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Меры на решетке ортогональных проекторов. Теорема Глизона.	2	2		3
2	Проекторозначные меры. Положительные операторнозначные меры. Теорема Наймарка о дилатации.	2	2		3
3	Аксиоматика Макки квантовой механики. Квантовые состояния и измерения.	2	2		3
4	Проекторы как квантовые события. Квантовые состояния, ассоциированные с мерами на проекторах.	2	2		3
5	Измерения, ассоциированное с наблюдаемыми (самосопряженными операторами) в силу спектральной теоремы.	2	2		3
6	Пространство волновых функций $L^2(\mu)$, ассоциированных с квантовой наблюдаемой. Формула Борна. Случай квантовых наблюдаемых, являющихся линейными комбинациями операторов координаты и импульса.	2	2		3
7	Квантовые случайные величины. Рандомизация. Теорема Холево об общем виде измерения.	2	2		3
8	Соотношение неопределенностей Шредингера-Робертсона для измерений с конечными вторыми моментами.	2	2		3
9	Тензорные произведения гильбертовых пространств. Составные квантовые системы. Сцепленные и сепарабельные состояния.	2	2		3
10	Классические и квантовые корреляции. Неравенство Белла-Клаузера-Хорна-Шимони. Граница Цирельсона.	2	2		3
11	Квантовые каналы передачи информации. Разложение Крауса.	2	2		3
12	Кодирование и декодирование классической и квантовой информации.	2	2		3
13	Линейные пространства, состоящие из ограниченных операторов в гильбертовом пространстве. Теорема об общем виде некоммутативного операторного графа, ассоциированного с квантовым каналом.	2	2		3
14	Квантовые коды, исправляющие ошибки. Квантовые антиклики.	2	2		3
15	Квантовая суперактивация.	2	2		3
Итого часов		30	30		45

Подготовка к экзамену	30 час.
Общая трудоёмкость	135 час., 3 зач.ед.

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Меры на решетке ортогональных проекторов. Теорема Глизона.

Структурное описание мер для гильбертовых пространств размерности больше двух.

2. Проекторозначные меры. Положительные операторнозначные меры. Теорема Наймарка о дилатации.

Представление произвольных мер в виде проекции спектральных.

3. Аксиоматика Макки квантовой механики. Квантовые состояния и измерения.

Сопоставление паре “состояние, измерение” распределения вероятностей на прямой.

4. Проекторы как квантовые события. Квантовые состояния, ассоциированные с мерами на проекторах.

Тройка Колмогорова в квантовой вероятности.

5. Измерения, ассоциированное с наблюдаемыми (самосопряженными операторами) в силу спектральной теоремы.

Осуществление измерений с помощью проекторозначных мер.

6. Пространство волновых функций $L^2(\mu)$, ассоциированных с квантовой наблюдаемой. Формула Борна. Случай квантовых наблюдаемых, являющихся линейными комбинациями операторов координаты и импульса.

Случай однократного спектра и существования циклического вектора.

7. Квантовые случайные величины. Рандомизация. Теорема Холево об общем виде измерения.

Операторозначные меры как рандомизированные случайные величины.

8. Соотношение неопределенностей Шредингера-Робертсона для измерений с конечными вторыми моментами.

Ограничения на ковариацию в некоммутативной теории вероятностей.

9. Тензорные произведения гильбертовых пространств. Составные квантовые системы. Сцепленные и сепарабельные состояния.

Определение и свойства сцепленных состояний. Разложение Шмидта.

10. Классические и квантовые корреляции. Неравенство Белла-Клаузера-Хорна-Шимони. Граница Цирельсона.

Сравнение классических и квантовых корреляций.

11. Квантовые каналы передачи информации. Разложение Крауса.

Общий вид вполне положительных отображений. Неединственность представления.

12. Кодирование и декодирование классической и квантовой информации.

Классическая и квантовая информация. Кодирование и измеряющие каналы.

13. Линейные пространства, состоящие из ограниченных операторов в гильбертовом пространстве. Теорема об общем виде некоммутативного операторного графа, ассоциированного с квантовым каналом.

Операторные пространства и системы. Их отличия.

14. Квантовые коды, исправляющие ошибки. Квантовые антиклики.

Возможность безошибочной передачи информации.

15. Квантовая суперактивация.

Свойства операторных графов относительно операции взятия тензорного произведения.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, при необходимости медиапроектор, экран.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / А. С. Холево .— М. : Наука, 1980 .— 320 с.
2. Лекции по математическим основаниям квантовой механики, учебное пособие /Г. Г. Амосов ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет). Москва, МФТИ, 2019

Дополнительная литература

1. Математические основы квантовой механики [Текст]/И. Нейман , -М., Наука, 1964

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<https://arxiv.org>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не предусмотрено.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента в соответствии с данными в рабочей программе. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- при необходимости подготовку к практическим занятиям, коллоквиумам, экзамену.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладная математика и информатика
профиль подготовки: Прикладная математика и информатика
Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
кафедра методов современной математики
курс: 1
квалификация: магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Разработчик: Г.Г. Амосов, д-р физ.-мат. наук, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
	УК-2.2 Способен прогнозировать результат деятельности и планировать последовательность шагов для достижения данного результата. Формирует план-график реализации проекта в целом и план контроля его выполнения
	УК-2.3 Способен организовать и координировать работу участников проекта, обеспечивать работу команды необходимыми ресурсами
	УК-2.4 Представляет публично результаты проекта (или отдельных его этапов) в форме отчетов, статей, выступлений на научно-практических конференциях, семинарах и т.п.
ОПК-1 Способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания и новые научные принципы и методы исследований в области прикладной математики и информатики
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области прикладной математики и информатики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Владеет исследовательскими методами и способен использовать их при решении новых задач, применяя знания из различных областей науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, задач, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
	ОПК-3.4 Способен самостоятельно приобретать, развивать и применять математические знания для решения нестандартных задач, в том числе в новой или незнакомой среде и в междисциплинарном контексте
ОПК-4 Способен комбинировать и адаптировать существующие информационно-коммуникационные технологии для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-4.1 Умеет применять информационно-коммуникационные технологии для поиска и анализа профессиональной информации, выделения в ней главного, структурирования, оформления и представления в виде аналитических обзоров с обоснованными выводами и рекомендациями
	ОПК-4.2 Умеет применять знание информационно-коммуникационных технологий для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен адаптировать зарубежные комплексы обработки информации и автоматизированного проектирования к нуждам отечественных предприятий

ПК-1 Готов к включению в профессиональное сообщество; способен проводить под научным руководством локальные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Знает принципы построения научной работы, методы сбора и анализа полученного материала, способы аргументации; владеет навыками подготовки научных обзоров, публикаций рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований на русском и английском языке
	ПК-1.2 Умеет решать научные задачи с пониманием существующих подходов к верификации модели программного обеспечения в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой
	ПК-1.3 Имеет практический опыт выступлений на научной аргументации при анализе объекта научной профессиональной деятельности
ПК-3 Владеет навыками участия в научных дискуссиях, выступления с сообщениями и докладами, устного, письменного и виртуального (размещение в информационных сетях) характера, представления материалов собственных исследований, проведения корректуры, редактирования, реферирования работ	ПК-3.1 Знает основы ведения научной дискуссии и формы устного научного высказывания
	ПК-3.2 Умеет вести корректную дискуссию в области информационно-коммуникационных технологий и информационных систем, задавать вопросы и отвечать на поставленные вопросы по теме научной работы
	ПК-3.3 Имеет практический опыт участия в научных студенческих конференциях, очных, виртуальных, заочных обсуждениях научных проблем в области информационных технологий

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математические основания квантовой механики» обучающийся должен:

знать:

- вероятностный смысл спектральной теоремы.

уметь:

- работать с дробным преобразованием Фурье.

владеть:

- способами расчетов квантовых корреляций.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Как построить пространство волновых функций, отвечающих квантовой наблюдаемой.
2. Примеры положительных операторнозначных мер, не являющихся проекторнозначными в конечномерном и бесконечномерном пространствах.
3. Распределение вероятностей для пары состояние - наблюдаемая.
4. Дробное преобразование Фурье и его связь с квантовым осциллятором.
5. Метод мажоризации для распределений вероятностей.

Текущий контроль осуществляется на основе выполнения студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течение учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов:

1. Запишите интегральный оператор, осуществляющий унитарную эквивалентность операторов координаты и линейной комбинации операторов координаты и импульса.
2. Выпишите собственные функции и собственные значения для дробного преобразования Фурье. Найдите дисперсии операторов координаты и импульса в собственных состояниях.
3. Теорема Наймарка.
4. Докажите справедливость верхней границы Цирельсона.
5. Найдите квантовый антиклик для операторного графа, порожденного матрицами Паули.
6. Сцепленные состояния.
7. Положительные операторнозначные меры.
8. Волновая функция в координатном представлении.
9. Разложение Шмидта.
10. Аксиоматика Макки квантовой механики.
11. Квантовые состояния и измерения.

Примеры экзаменационных билетов

Билет № 1

1. Сцепленные состояния. Разложение Шмидта.
2. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $3q+4p$ в когерентном состоянии $|1+i\rangle$.

Билет № 2

1. Положительные операторнозначные меры. Теорема Наймарка.
2. Волновая функция в координатном представлении имеет вид $f(x)=C\exp(-x^2)$. Найдите её волновую функцию в представлении, связанном с наблюдаемой $4q-3p$.

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку. Опрос обучающегося по билету на диф.зачёте не должен превышать двух астрономических часов. Во время проведения диф.зачёта обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.